**Universidad de Sevilla** **Facultad de Psicología**

**DESARROLLOS ACTUALES DE LA MEDICIÓN: Aplicaciones en evaluación psicológica.**
**Prueba de Autoevaluación:**
**Tema 1. Fundamentos de la Teoría de Respuesta a los Ítems (TRI)**
**Marzo 2009**

NORMAS GENERALES PARA La PRUEBA
El ejercicio consta de 20 preguntas de elección múltiple, que han de responderse escribiendo en la hoja de respuesta y con letra clara la opción elegida. Cada una de las preguntas ofrece tres opciones de solución (1, 2 y 3). Tenga en cuenta que de las tres posibles opciones de cada pregunta SOLO UNA ES LA CORRECTA. Si después de haber elegido una opción quiere cambiar de respuesta tache con una cruz la elegida y escriba nuevamente EN LA HOJA DE RESPUESTAS la que considere correcta.

**Nombre:** _____

**Apellidos:**_____

**D.N.I.**:_____

---

**1.** El Objetivo principal de la TRI es conseguir: (Señale la opción correcta)
   **1.** la variabilidad de las medidas respecto de los sujetos.
   **2.** medidas variantes respecto de los instrumentos utilizados.
   **3.** medidas invariantes respecto de los sujetos medidos y de los instrumentos utilizados.

**2.** De los siguientes enunciados, señale el CORRECTO respecto a la TRI:
   **1.** Su elevado estatus científico permite contrastar empíricamente los supuestos en los que se basa.
   **2.** Debido a su escasa versatilidad, sólo puede aplicarse a tests normativos.
   **3.** Una de sus ventajas es que no requiere muestras excesivamente grandes para que las estimaciones de los parámetros sean estables.

**3.** De los siguientes enunciados, señale el CORRECTO respecto a la TRI:
   **1.** Trata de moldear matemáticamente qué ocurre cuando una persona con una habilidad específica se enfrenta a un ítem determinado.
   **2.** Presenta el inconveniente de tener mediciones invariantes respecto de los instrumentos utilizados y las personas evaluadas.
   **3.** Solo se pueden obtener parámetros insesgados de los ítems con muestras representativas.

**4.** De las limitaciones que presenta el TRI, ¿Qué opción es la correcta?
   **1.** El TRI no muestra limitaciones
   **2.** Las técnicas existentes para comprobar el ajuste presentan múltiples inconvenientes con algunos modelos
   **3.** No existen limitaciones con respecto a la estimación de los parámetros del modelo

**5.** ¿Qué es correcto con respecto a la puntuación verdadera en el test?
   **1.** Se estima a través de la suma de probabilidades de cada ítem
   **2.** K es el valor correspondiente a cada CCI
   **3.** P(θj) se refiere al número de ítems

**6.** Respecto al Modelo de Rasch: (Señale la opción correcta)

1. La idea central es poder construir una escala conformada por los ítems ordenados en función de la habilidad del sujeto.
2. Es importante tener en cuenta que la medida estimada de la persona no es igual al puntaje directo (número de ítems correctos) que posee.
3. La interacción entre personas e ítems están totalmente predeterminado.

**7.** El Modelo logístico de 1 parámetro, puede considerarse como un caso particular del modelo logístico de 4 parámetros en el caso que los parámetros Y, c y a tomen los siguientes valores: (Señale la opción correcta):
1. 1, 1, 0 respectivamente.
2. 1, 0, 1 respectivamente.
3. 0, 1, 0 respectivamente.

**8.** Señale la opción correcta respecto a la estimación de parámetros según Modelo logístico de Birmbaum:
1. Es preciso saber al menos el valor inicial de un parámetro para poder aplicarlo.
2. No es preciso que la suma de las probabilidades se ajuste lo más posible al número de aciertos.
3. Se obtienen estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros de los itemns y de los sujetos de modo conjunto e interactivo.

**9.** Inicialmente, Lord desarrolló el modelo de ojiva normal de dos parámetros. Estos dos parámetros hacían referencia a los índices de: (señale la opción correcta)
1. discriminación y pseudoazar.
2. dificultad y pseudoazar.
3. discriminación y dificultad.

**10.** Observa la siguiente gráfica de la curva (CCI) de un determinado ítem y responde a la opción correcta.

1. El ítem discrimina bien, ya que la curva tiene mucha pendiente.
2. El ítem discrimina mal, ya que la curva tiene mucha pendiente.
3. No podemos tener una idea de si un ítem discrimina bien o mal en base a la pendiente de su curva.

**11.** La forma particular de la CCI (curva característica del ítem) está determinada por: (Señala la opción correcta).
1. El ítem y sus características paramétricas.
2. El ítem e influencias del proceso de elaboración del test.
3. Sólo las influencias del proceso de elaboración del test.

**12.** Los modelos que suelen ser clasificados en función de la naturaleza ordinal o nominal de las alternativas de respuesta del ítem se conocen como modelos: (Señale la opción correcta)

1. dicotómicos.
2. politómicos.
3. multidimensionales.

**13.** El parámetro que representa la probabilidad de acertar de los sujetos que desconocen la respuesta correcta (valor de $p(\theta)$ cuando $\theta$ tiende a su valor mínimo ($-\infty$)) se llama: (Señale la opción correcta).

1. Parámetro a, (índice de discriminación del ítem).
2. Parámetro b, (índice de dificultad del ítem).
3. Parámetro c, (índice de pseudo-azar del ítem).

**14.** La invarianza de parámetros que presenta la TRI posibilita que: (Señale la opción correcta):

1. las características del test no dependan de la muestra en la que es analizado y las medidas de los sujetos dependan del test utilizado.
2. las características del test no dependan de la muestra y las medidas de los sujetos no dependan del test.
3. Las características del test dependan de la muestra y las medidas de los sujetos dependan del test.

**15.** Respecto a los test de velocidad: (Señale la opción correcta)

1. Se puede aplicar la TRI siempre y cuando se lleve a cabo una adaptación, tal y como mencionan Hambleton y Swaminathan.
2. No puede ser aplicado según las condiciones implícitas de la TRI.
3. No puede ser aplicado según los supuestos de la TRI.

**16.** Según la fórmula del modelo logístico de la TRI, ¿cuál es la probabilidad de acertar un ítem con dificultad alta (b=3) y un índice de discriminación medio (a=1), para un sujeto que le atribuimos un nivel de conocimientos medio ($\theta$ =0)? (Señale la opción correcta):

1. 0,047
2. 0,476
3. 0,952

**Lea el párrafo siguiente y responda a las preguntas 17, 18 y 19**

La siguiente tabla, presenta las respuestas dadas por 8 sujetos a un ítem (dicotómico). Responda señalando la opción correcta siguiendo los criterios de cálculo y ajuste de parámetros seguidos en clases.

| SUJETOS | Item |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 4 | 0 |
| 5 | 1 |
| 6 | 1 |
| 7 | 0 |
| 8 | 1 |

**17.** La theta estimada para los sujetos 2 y 4 es
1. 0,7786 y 0,2588, respectivamente.
2. -1,7321 y 0,5774, respectivamente.
3. 0,5774 y -1,7321, respectivamente.

**18.** El parámetro de dificultad (b) del ítem es:
1. b= -0,68
2. b= -1,307
3. b= -1,3

**19.** La probabilidad de acertar el ítem para los sujetos 7 y 8 es:
1. 0,3952 y 0.8681, respectivamente.
2. 0.3960 y 0,8684, respectivamente.
3. 0,2588 y 0.7786, respectivamente.

**Lea el párrafo siguiente y responda a la pregunta 20**

La siguiente tabla, presenta los parámetros a, b y c de 5 ítems de un test de Rendimiento académico:

| | Parametros | | |
|---|---|---|---|
| | a | b | c |
| 1 | 1 | -1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 2 | 0 |
| 5 | 1 | 2.5 | 0 |

**20.** Que patrón de respuestas es más probable que presente un sujeto con un valor igual a 0 para su nivel de habilidad θ : (Señale la opción correcta)
1. U=11000
2. U=01100
3. U=10010

**Universidad de Sevilla** **Facultad de Psicología**

**DESARROLLOS ACTUALES DE LA MEDICIÓN: Aplicaciones en evaluación psicológica.**
**Prueba de Autoevaluación:**
**Tema 1. Fundamentos de la Teoría de Respuesta a los Ítems (TRI)**
**Marzo 2009**

**Nombre: _____**
**Apellidos: _____**
**D.N.I.: _____**

## HOJA DE RESPUESTAS

| PREGUNTA | OPCION ELEGIDA | PREGUNTA | OPCION ELEGIDA |
|---|---|---|---|
| 1 | | 11 | |
| 2 | | 12 | |
| 3 | | 13 | |
| 4 | | 14 | |
| 5 | | 15 | |
| 6 | | 16 | |
| 7 | | 17 | |
| 8 | | 18 | |
| 9 | | 19 | |
| 10 | | 20 | |

**Universidad de Sevilla** **Facultad de Psicología**

**DESARROLLOS ACTUALES DE LA MEDICIÓN: Aplicaciones en evaluación psicológica.**
**Prueba de Autoevaluación:**
**Tema 1. Fundamentos de la Teoría de Respuesta a los Ítems (TRI)**
**Marzo 2009**

**Nombre: _____PLANTILLA_____**
**Apellidos: _____**
**D.N.I.: _____**

## HOJA DE RESPUESTAS

| PREGUNTA | OPCION ELEGIDA | PREGUNTA | OPCION ELEGIDA |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 11 | 1 |
| 2 | 1 | 12 | 2 |
| 3 | 1 | 13 | 3 |
| 4 | 2 | 14 | 2 |
| 5 | 1 | 15 | 2 |
| 6 | 2 | 16 | 1 |
| 7 | 2 | 17 | 3 |
| 8 | 3 | 18 | 2 |
| 9 | 3 | 19 | 1 |
| 10 | 1 | 20 | 1 |

Soluciones:
Pregunta 16:

$$P(X_{ij} = 1 \mid \theta = 0) = \frac{1}{1+e^{-1(0-3)}} = 0.047$$

$$P(X_{ij} = 1 \mid \theta) = \frac{1}{1+e^{-a_i(\theta - b_i)}}$$

$$= \frac{1}{1+e^{3}} = 0{,}0474$$

Preguntas 17,18 y 19

Solución y resultado:

| | ITEM 1 | Z | P(X=1/theta=Z) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SUJETOS | | | b= -0,68 | b=-0,8 | b=-1,1 | b=-1,3 | b=-1,31 | b=-1,307 |
| 1 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| 2 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| 3 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| 4 | 0 | -1,7321 | 0,2588 | 0,2825 | 0,3470 | 0,3936 | 0,3960 | 0,395297 |
| 5 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| 6 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| 7 | 0 | -1,7321 | 0,2588 | 0,2825 | 0,3470 | 0,3936 | 0,3960 | 0,395297 |
| 8 | 1 | 0,5774 | 0,7786 | 0,7986 | 0,8425 | 0,8673 | 0,8684 | 0,868115 |
| SUMATORIO | 6 | | 5,1892 | 5,3566 | 5,749 | 5,991 | 6,0024 | 5,999284 |
| DIFERENCIA | | | -0,8108 | -0,6434 | -0,251 | -0,009 | +0,0024 | -0,000716 |

P(A)= 6/8= 0,75

b (z=0,75)= 0,68. Entonces, como el porcentaje de aciertos es del 75% de los sujetos, el nivel de dificultad del ítem deberá ser menor a 0. Por lo que tomamos un valor de b negativo: b= -0,68.
Media= 0,75

Varianza= (p*q)= (0,75*0,25)= 0,1875
Desviación tipo= 0,4330
Calculamos el valor de z:
Z (x=1)= 1-0,75/0,433= 0,5774
Z(x=0)= 0-0,75/0,433= -1,7321
Calculamos las probabilidades de acertar para cada sujeto con los datos iniciales:

$$P(X_{ij}=1\,|\,\theta)=\frac{1}{\ldots}$$

$$P(X_{ij}=1\,|\,theta=0{,}5774)=\frac{1}{1+e^{-i(0{,}5774-(-0{,}68))}} \qquad =0{,}7786$$

$$P(X_{ij}=1\,|\,\theta=-1{,}7321)=\frac{1}{1+e^{-(-1{,}7321-(-0{,}68))}} \qquad =0{,}2588$$

El sumatorio de las probabilidades de acertar de los sujetos en el ítem 1, nos muestra que la probabilidad total está infravalorada, ya que tiene un valor de 5,1892. Por lo que se deduce que el índice de dificultad del ítem es más fácil de lo esperado.
A continuación, comprobamos la probabilidad de acertar con una b= -0,8:

$$P(X_{ij}=1\,|\,theta=0{,}5774)=\frac{1}{1+e^{-i(0{,}5774-(-0{,}8))}} \qquad =0{,}7986$$

$$P(X_{ij}=1\,|\,\theta=-1{,}7321)=\frac{1}{1+e^{-(-1{,}7321-(-0{,}8))}} \qquad =0{,}2825$$

Vemos que el desajuste es bastante grande con lo que comprobamos la probabilidad de acertar el ítem con una b= -1,1

$$P(X_{ij}=1\,|\,theta=0{,}5774)=\frac{1}{1+e^{-i(0{,}5774-(-1{,}1))}} \qquad =0{,}8425$$

$$P(X_{ij}=1\,|\,\theta=-1{,}7321)=\frac{1}{1+e^{-(-1{,}7321-(-1{,}1))}} \qquad =0{,}3470$$

Vemos que el desajuste es bastante grande pero aún es preciso ajustarlo mas por lo que comprobamos la probabilidad de acertar el ítem con una b= -1,3

$$P(X_{ij}=1\,|\,theta=0{,}5774)=\frac{1}{1+e^{-i(0{,}5774-(-1{,}3))}}=0{,}8673$$

$$P(X_{ij}=1\,|\,\theta=-1{,}7321)=\frac{1}{1+e^{-(-1{,}7321-(-1{,}3))}}=0{,}3936$$

El desajuste ha disminuido llegando a -0,009 con lo que le daremos a b el valor de -1,31.

P(X=1/theta= 0,5774) = 0,8684

P(X=1/theta=-1,7321)= 0,3960

El desajuste ha llegado a +0,0024, nos hemos pasado con lo que el valor de b está en el intervalo (-1,31<b< -1,3).

Podemos ajustar el valor de b=-1,307

P(X=1/theta= 0,5774) = 0,868115

P(X=1/theta=-1,7321)= 0,395297

El ajuste es mejor, está dentro del intervalo (-1,307<b< -1,3).
Pregunta 20:

$$P(X_1, X_2, X_3, ..., X_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i \mid \theta)$$

**Lea el párrafo siguiente y responda a la pregunta 20**

La siguiente tabla, presenta los parámetros a, b y c de 5 ítems de un test de Rendimiento académico:

| | Parametros | | |
|---|---|---|---|
| | A | b | c |
| 1 | 1 | -1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 2 | 0 |
| 5 | 1 | 2.5 | 0 |

**20.** Que patrón de respuestas es más probable que presente un sujeto con un valor igual a 0 para su nivel de habilidad θ :

1. **U=11000**
2. U=01100
3. U=10010

La probabilidad de que ocurran los patrones de respuestas dados en el ejercicio, se calculan mediante la expresión:
donde $\boldsymbol{X_i}$ es la respuesta del sujeto al ítem $\boldsymbol{i}$.

**Veamos los cálculos para calcular la probabilidad de los patrones:**

$$P(X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 1, X_5 = 1 \mid \theta = 0) = \prod_{i=1}^{5} P(X_i \mid \theta)$$

Para el ítem 1:
La probabilidad de que el sujeto haya acertado el ítem1 dado su nivel de habilidad (θ=0), y el parámetro de dificultad del ítem 1 ( b=-1), (dado que como a=1 y c=0, estamos en el modelo logístico de un parámetro –Rasch-),viene dado por la expresión:

$$P_1(u_1 = 1/\theta = 0, b = -1) = \frac{1}{1+e^{-1.702(0-(-1))}} = \frac{1}{1+e^{-1.702}} = \frac{1}{1{,}182} = 0{,}846$$

La probabilidad de que el sujeto haya acertado el ítem 2 dado su nivel de habilidad (θ=0), y el parámetro de dificultad del ítem 2 ( b=0):

$$P_2(u_2 = 1/\theta = 0, b = 0) = \frac{1}{1+e^{-1.702(0-(0))}} = \frac{1}{1+e^{0}} = \frac{1}{2} = 0{,}500$$

Para calcular la probabilidad de que el sujeto haya acertado el ítem 3 dado su nivel de habilidad (θ=0), y el parámetro de dificultad del ítem 3 (b=1), se procede de igual modo:

$$P_3(u_3 = 1/\theta = 0, b = 1 = \frac{1}{1+e^{-1.702(0-(1))}} = \frac{1}{1+e^{1.702}} = \frac{1}{6{,}485} = 0{,}154$$

Procedemos a continuación con el ítem 4 y 5.

$$P_4(u_4 = 1/\theta = 0, b = 2) = \frac{1}{1+e^{-1.702(0-(2))}} = \frac{1}{1+e^{3,404}} = \frac{1}{31,08} = 0,032$$

$$P_5(u_5 = 1/\theta = 0, b = 2.5) = \frac{1}{1+e^{-1.702(0-(2.5))}} = \frac{1}{1+e^{4,255}} = \frac{1}{71,46} = 0,014$$

En tabla siguiente se presentan los resultados de los 5 ítems para el sujeto.

| Sujeto | Habilidad θ | $P(X_1/\theta)$ | $P(X_2/\theta)$ | $P(X_3/\theta)$ | $P(X_4/\theta)$ | $P(X_5/\theta)$ | $\prod_{i=1}^{5} P(X_i \mid \theta)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$=1 | 0 | 0,846 | 0.500 | 0.154 | 0.032 | 0.014 | |
| $x_i$=0 | 0 | 0,154 | 0.500 | 0.846 | 0.968 | 0.986 | |
| Patrón 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| P(patrón 1) | | 0.846 | 0.500 | 0.846 | 0.968 | 0.986 | 0,341 |
| Patrón 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| P(patrón 2) | | 0,154 | 0.500 | 0.154 | 0.968 | 0.986 | 0,011 |
| Patrón 3 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| P(patrón 3) | | 0.846 | 0.500 | 0.846 | 0.032 | 0.986 | 0,011 |

Del resultado, se puede inferir que para un sujeto con este nivel de habilidad, es el patrón 1 el más probable (34%).