Tema 6A: Modelos para ítems politómicos de respuestas discretas.

Licenciatura de Psicología:
Desarrollos actuales de la medición: Aplicaciones en evaluación psicológica.
José Antonio Pérez Gil
Dpto. de Psicología Experimental.
Universidad de Sevilla.

Agradecimientos: a David Alarcón Rubio.

Tema 6A

Modelos para ítems politómicos de respuesta discreta.

1.- Introducción.

La Teoría de Respuesta al ítem (TRI) surgió en los años cincuenta como una reacción a los problemas y limitaciones que presentaba la Teoría Clásica de los Tests. El objetivo principal de la TRI es conseguir medidas invariantes respecto de los sujetos medidos y de los instrumentos utilizados (Muñiz, 1997). En la unificación de estos dos conceptos, separación de parámetros e invarianza de los mismos, está la clave del éxito de esta teoría. Para conseguir estos objetivos, la TRI desarrolla un conjunto de modelos matemáticos que comparten esta idea central, es decir, todos asumen que la probabilidad de que una persona emita una determinada respuesta ante un ítem puede ser descrita en función de la posición de la persona en el rasgo o aptitud latente (variable que suele denominarse genéricamente con la letra griega theta) y de una o más características de ítem (índice de dificultad, de discriminación, probabilidad de acertar por azar...). Es por ello, que los principales supuestos de esta teoría son proposiciones referidas a la naturaleza del rasgo que se pretende medir (supuesto de Unidimensionalidad del espacio latente) y a las relaciones que se esperan entre las respuestas de los ítems (independencia local).

Los primeros modelos que se desarrollan desde la TRI abordan los ítems de respuesta dicotómica, pero uno de los avances más importantes fue la extensión de algunos de estos modelos a ítems con formato de respuesta politómico. Dado que la mayoría de los instrumentos psicométricos que evalúan actitudes, aptitudes o personalidad, están formados por ítems politómicos, estos modelos permitirán avalar a la TRI como alternativa a la TCT. En este trabajo se pretende describir, el concepto de ítem polítómico, así como, los diferentes Modelos al uso que desarrolla la TRI para caracterización.

2.- Ítems Politómicos.

Por ítem politómico entendemos una variable de respuesta con más de dos, digamos K, categorías. Se distinguen, generalmente, dos tipos de ítems politómicos:

- Ítems politómicos *nominales*: las categorías de respuesta no están ordenadas.

Por ejemplo:
En las próximas elecciones pretende votar a:

1. PSOE
2. PP
3. IU
4. No sabe/ no contesta.

- Ítems politómicos *ordinales*: las categorías están ordenadas.

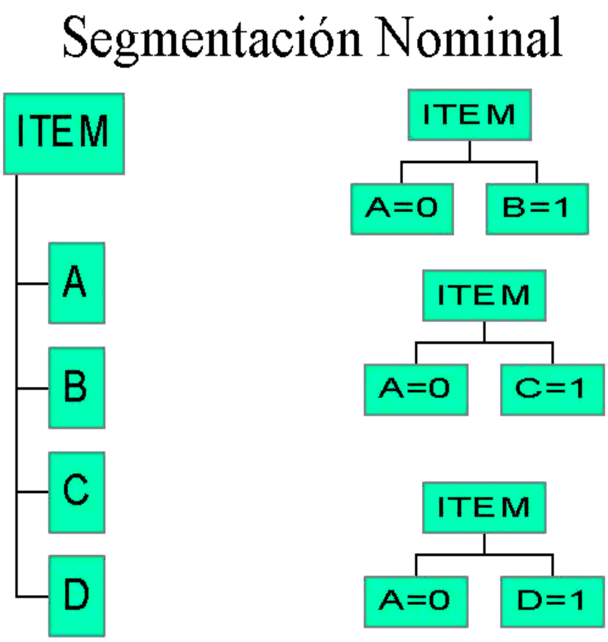
Por ejemplo:
Con respecto a la LOU se posiciona:

1. muy en desacuerdo
2. en desacuerdo
3. de acuerdo
4. muy de acuerdo

Para el análisis de los ítems politómicos desde la TRI se procede a segmentar el ítem politómico en diversos ítems dicotómicos de modo que puedan ser tratados al modo de los modelos elaborados para ítems dicotómicos. La información contenida en un ítem con k-categorías de respuesta (variable con k categorías) puede preservarse utilizando k-1 items dicotómicos (variables dicotómicas), que son dependientes entre ellas. Por lo tanto, las funciones de regresión de los modelos para ítems de respuesta dicotómica también pueden utilizarse en ítems de respuesta politómica. La variable de k-categorías es dividida en k-1 variables dicotómicas dependientes y las funciones de regresión son aplicadas a estas variables dicotómicas. Utilizando esta estrategia se han derivado la mayoría de los modelos de respuesta politómica que aborda la TRI. El modo de segmentación de los ítems politómicos varía en función del tipo de ítem que se trate y da lugar a los diferentes tratamientos en los distintos Modelos TRI para ítems politómicos.

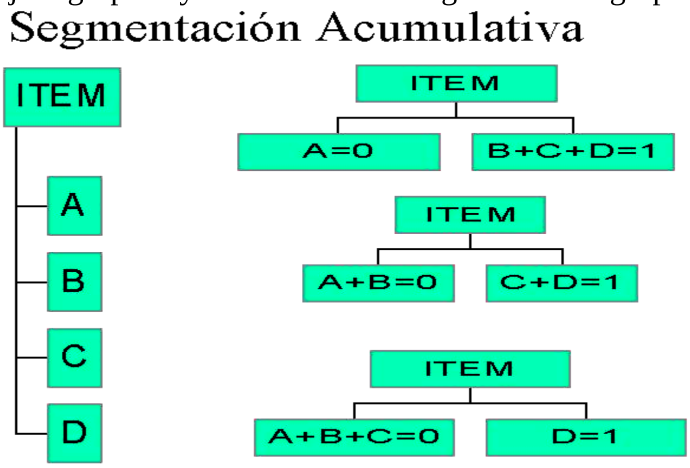
3. Tipos de Segmentación de los ítems politómicos.

En los ítems politómicos nominales la segmentación se hace combinando una categoría de respuesta, arbitrariamente seleccionada, y denominada categoría de referencia, con cada una de las otras categorías. Por conveniencia se suele usar como categoría de referencia a la primera categoría, pero es posible realizarlo con cualquier otra dado que estas categorías no guardan un orden entre si.

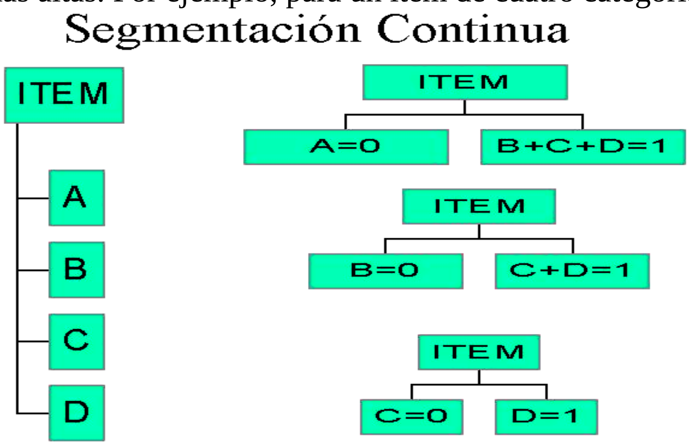


En el caso de los ítems politómicos ordinales las categorías guardan un orden, eso significa que la división en categorías debe hacerse de forma que se conserve el orden de las categorías. Usando la estrategia de la segmentación se puede preservar la naturaleza ordinal de las k-categorías de respuesta de la variable, y esto se puede realizar de tres maneras diferentes: (1) acumulativa, (2) continua, y (3) adyacente.

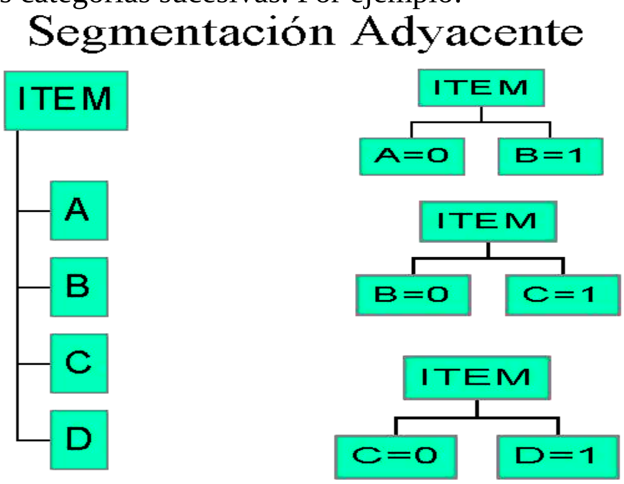
3.1. Segmentación Acumulativa: Se caracteriza por que todas las k-categorías se usan en todas las particiones. Una partición consiste en un número de categorías bajas agrupada y un número de categorías altas agrupadas.



3.2. Segmentación Continua: las particiones son hechas considerando por separado cada una de las sucesivas categorías más bajas, y agrupando las categorías más altas. Por ejemplo, para un ítem de cuatro categorías:



3.3. Segmentación Adyacente: la división se hace considerando pares de cada una de las categorías sucesivas. Por ejemplo:



Estas maneras de segmentar los ítems politómicos conducen a modelos de estructura similar, pero que difieren en los valores de los parámetros y sus interpretaciones.

4. Tipos de Modelos de respuesta para ítems politómicos.

Los modelos de respuesta a ítem politómicos son generalizaciones de los modelos de respuesta a ítems dicotómicos. Por lo que asumen también una serie de supuestos comunes.

El primer supuesto trata sobre la/s variable/s latente/s, que influencia/n las respuestas de los sujetos al ítem. Este supuesto, asume que hay al menos una variable latente que determina las respuestas de los sujetos. Los diversos modelos difieren en el número y tipo de las variables latentes. Si sólo se asume una variable latente, los modelos son unidimensionales; si se asumen más de una variable latente, los modelos son multidimensionales. Otra asunción se refiere al tipo de la/s variable/s latente/s. Si se asume que la variable latente es discreta, tenemos modelos de clase latente; si se asume que la variable latente es continua, tenemos modelos de rasgo latente. En este trabajo nos centraremos sobre los modelos con una variable latente continua, es decir, los modelos unidimensionales de rasgo latente.

El segundo supuesto trata sobre la distribución de las respuestas a lo largo de las categorías del ítem dado un valor fijo en la variable latente. Esta distribución se define sobre una población de observaciones. En la situación más común de aplicación de los test, el ítem se administra una sola vez a los mismos sujetos, es decir, para cada sujeto disponemos de una única observación (respuesta al ítem). Por lo tanto, necesitamos una estrategia conceptual para crear una población de respuestas al ítem. Esto puede hacerse de dos maneras diferentes. Primera, dividendo conceptualmente la población de sujetos en subpoblaciones de sujetos con exactamente el mismo valor en el rasgo latente. La distribución de las respuestas al ítem se define en una subpoblación de sujetos con valores iguales en el rasgo latente. Segunda, se asume que el mismo ítem se administra repetidamente a los mismos sujetos, y que en cada administración el sujeto no recuerda su o sus respuestas en las administraciones previas del ítem. Para un sujeto dado se crea una hipotética población de respuestas al ítem a lo largo de repetidas administraciones, y la distribución de las respuestas al ítem está definida por esta hipotética población de respuestas al ítem. Sea cual sea la estrategia usada, se asume que los ítems dicotómicos siguen una distribución binomial y los ítems politómicos siguen una distribución multinomial.

El tercer supuesto versa sobre la relación existente entre las respuestas al ítem y el rasgo latente. En los modelos de respuesta a ítems dicotómicos está relación está determinada por la curva característica del ítem. Esta curva determina la probabilidad de dar una respuesta correcta al ítem como una función del rasgo latente. El valor esperado de la distribución binomial de un ítem puntuado dicotómicamente es igual a la probabilidad de dar una repuesta correcta. Y, por tanto, la curva característica del ítem es la función de regresión de las puntuaciones en el ítem sobre el rasgo latente. En el caso de ítems politómicos se podrá obtener una función de regresión para cada una de las dicotomías en las que se segmente el ítem.

Estos tres supuestos, recordemos, sobre la variable latente, la distribución de las respuestas, y las funciones de regresión, se hacen para cada ítem. Sin embargo, habitualmente los tests están compuestos por más de un ítem. Hay un último supuesto que se aplica a los n ítems que componen el test. El recurso a subpoblaciones con igual valor en el rasgo latente, o de repetidas administraciones del mismo test al mismo sujeto, también se utiliza para definir este supuesto. Se asume que las respuestas de los n ítems del test se distribuyen independientemente, bien en las subpoblaciones con el mismo valor en el rasgo latente, bien en las repetidas administraciones del mismo test al mismo sujeto. A esta asunción se le denomina supuesto de independencia local. El término “local” es necesario, ya que este supuesto sólo se aplica a sujetos con el mismo valor en el rasgo latente o a un sujeto con un valor dado en el rasgo latente. Se debe recalcar que este supuesto no se aplica a una población de sujetos con diferentes valores en el rasgo latente, ya que en este caso las respuestas a los ítems son dependientes.

Veremos a continuación las distintas clasificaciones que han hecho varios autores de los modelos de ítems politómicos.

Clasificación de Modelos para ítems politómicos.	
Nombre del Modelo	Autor
Modelo de respuesta nominal	Bock (1972)
Modelo de elección múltiple	Thissen y Steinberg (1984)
Modelo de escala de estimación	Andersen
Modelo de respuesta graduada	Samejima (1969)
Modelo de crédito parcial	Masters y Wright (1982)
Modelo de etapas	Verhelts, Glas y de Vries
Modelo de secuencias ordenado	Tutz (1990)
Modelo de crédito parcial generalizado	Muraki (1992)

Cuadro 1.- Según Linden y Hambleton (1997)

En esta clasificación, Linden y Hambleton (1997) se limitan a describir los tipos de modelos al uso que habían surgido hasta la fecha.

A continuación se presenta una clasificación hecha por Hontangas (1977) realizada en función del tipo de ítem analizado.

Clasificación de Modelos para ítems politómicos.	
Ítem Nominal	
Nombre del Modelo	Autor
Modelo de respuesta nominal	Bock (1972)
Modelo nominal modificado	Samejima (1979)
Modelo de elección múltiple	Thissen y Steinberg (1984)
Ítem Ordinal	
Modelo de respuesta graduada	Samejima (1969)
Modelo de escala de estimación	Andrioch (1978)
Modelo de crédito parcial	Masters (1982)
Modelo de crédito parcial generalizado	Muraki (1992)
Modelo secuencial	Tutz (1990)

Cuadro 2.- Según Hontangas (1997)

Por último, presentamos la clasificación realizada por Mellenbergh (1999) y Embretson & Reise, (2000), que establece además una diferenciación mas discriminativa entre los diferentes modelos, ya que tienen en cuenta, además, el tipo de segmentación de los ítems politómicos.

Clasificación de Modelos para ítems politómicos.	
Ítem Nominal	
Nombre del Modelo	Autor
Modelo de respuesta nominal	Bock (1972)
Ítem Ordinal	
Ordinal acumulativo	
Modelo de respuesta graduada	Samejima (1969)
Mod.de respuesta graduada modificado	Muraki (1990)
Ordinal continuo	
Modelo secuencial	Tutz (1990)
Ordinal adyacente	
Modelo de crédito parcial	Masters (1982)
Modelo de crédito parcial generalizado	Muraki (1992)
Modelo de escala de estimación	Andrich (1978)

Cuadro 3.- Según Mellenbergh (1999) y Embretson & Reise, (2000)

A continuación, vamos describir los diferentes modelos propuestos en el cuadro 3. En las características de los modelos que se van a exponer están resumidas las diferencias conceptuales y probabilísticas de los diferentes tratamientos que se dan a los ítems politómicos, es decir, tipo ítem (Ordinal vs Nominal), forma de segmentación, Modelo logístico probabilistico con 1 o 2 parámetros fundamentales (“a” : índice de discriminación y “b”: índice de dificultad), función de regresión por cada dicotomía y. por último, curva características de las categorías (CCC).

4.1. Modelos de ítems Nominales.

La segmentación de un ítem politómico nominal se hace combinando una categoría de referencia, arbitrariamente seleccionada, con cada una de las otras categorías. Esto supondrá determinadas características sobre el modelo logístico de probabilidad.

Modelo de Respuesta Nominal (Bock, 1972).

Utilizado en el caso de que las categorías de respuesta no se puedan ordenar.

Donde se aplica un Modelo logístico de 2 parámetros (“c” y “a”), la probabilidad de responder a la categoría k del ítem i dado un nivel j de habilidad del sujeto se expresa formalmente como:.

$$P_{ik}(\theta_j) = \frac{e^{(c_{ik}+a_{ik}\theta_j)}}{\sum_{k=1}^{m} e^{(c_{ik}+a_{ik}\theta_j)}}$$

Donde:

•"a_{ik}": índice de discriminación para la categoría k del ítem i

•"c_{ik}": índice de la interceptal de la categoría k del ítem i, o umbral entre una categoría y la de referencia.

Estos parámetros son calculados para cada dicotomía en las que segmenta el ítem politómico. Asumiendo una restricción en ambos parámetros, donde el sumatorio debe ser igual a cero.

Restricciones: $\sum_{k=1}^{m} a_{ik} = 0$ y $\sum_{k=1}^{m} c_{ik} = 0$

A modo de ejemplo, la Fig1 reproduce las curvas de las categorías para un ítem nominal con valores de parámetros que se presentan en la Tabla 1.

Ítem politómico de respuesta nominal con 4 categorias				
Parámetro de Discriminacion	a_1	a_2	a_3	a_4
	-1	0	.25	.75
Parámetro interceptal	c_1	c_2	c_3	c_4
	-2	0	.5	1

Tabla 1.- Parámetros de ítem politómico nominal.

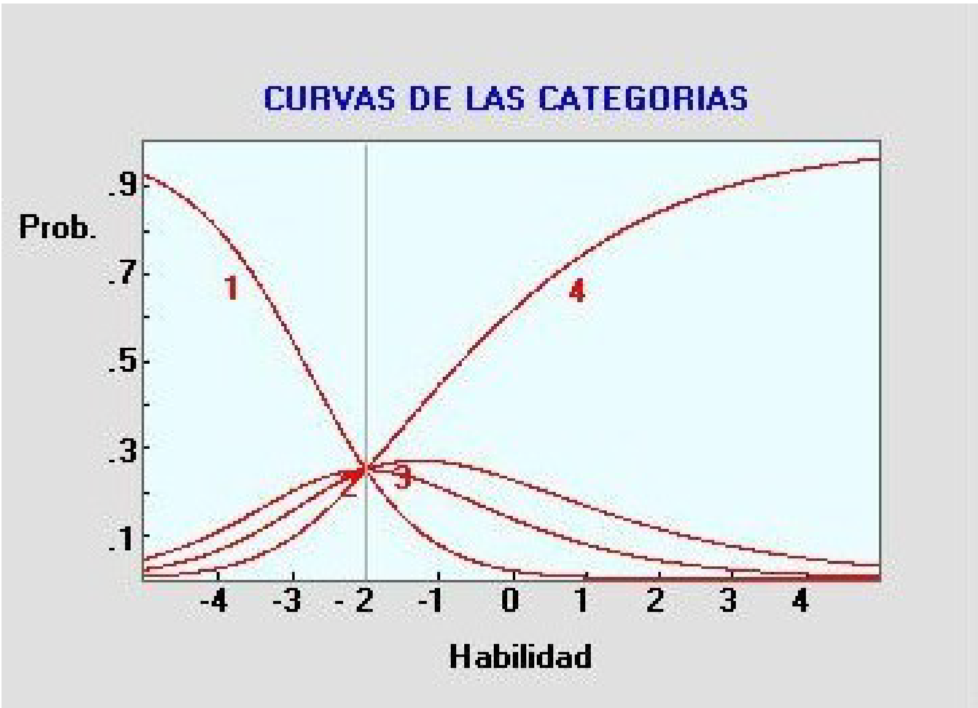


Figura 1.- Curvas de categorías para ítem politómicos nominal, obtenida con el programa ANATRI (Hontangas, 1997).

Punto de corte entre categorías b_{ij}
b12=-2; b13=-2; b14=-2
b 23=-2; b24=-2
b34=-2

4.2. Modelos de ítems Ordinales

4.2.1. Modelo ordinal Acumulativo

En las particiones, de estos modelos, las categorías son agrupadas, lo que significa que en los correspondientes modelos deberemos considerar una suma de probabilidades. La segmentación acumulativa de una variable de k-categorías resulta en k-1 dicotomías, y cada una de esas dicotomías se puntúa con unos y ceros.

Para cada una de las particiones se especifica una función de regresión, por ejemplo, tres funciones de regresión separadas para un ítem de cuatro categorías. Debe remarcarse que estas funciones no son independientes porque las probabilidades están ordenadas. Por ejemplo, la probabilidad de obtener un 1 en la primera partición (segunda, tercera y cuarta categoría) es igual o mayor que la probabilidad de obtener un 1 en la segunda partición (tercera y cuarta categoría), y esta probabilidad es igual o mayor que la probabilidad de puntuar 1 en la tercera partición (cuarta categoría).

Por lo tanto, las Funciones de Regresión son dependientes en el sentido de que están en el mismo orden que las particiones y no pueden cruzarse. Para cada valor del rasgo latente la probabilidad de obtener un 1 en la primera dicotomía es igual o mayor que en la segunda dicotomía, y la probabilidad de obtener un 1 en la segunda dicotomía es igual o mayor que en la tercera dicotomía.

Igualmente, las Curvas Características de cada Categoría estarán ordenadas a lo largo del rasgo latente, de modo que la primera categoría reflejará valores más bajos en la habilidad, incrementándose según subimos de categoría.

El modelo es probabilístico porque las probabilidades no alcanzan los valores de 0 y 1.

Modelo de Respuesta Graduada (GRM) de Samejima (1969).

Uno de los avances más importantes desarrollados en el ámbito de la TRI fue la extensión de algunos de sus modelos dicotómicos a ítems con formato de respuesta politómico.

Los primeros avances en este sentido se realizaron sobre el modelo logístico de dos parámetros (2PL) de Birnbaum y se deben a Samejima.

Esta autora presentó el primer modelo logístico para items politómicos: el Modelo de Respuesta Graduada (MRG), (Samejima,1969).

Este modelo respondía a la necesidad de modelar un tipo de respuesta más sensible que la habitual hasta entonces, que se limitaba a un proceso de todo (acierto) o nada (fallo).

Abriendo la posibilidad de aplicar los avances de esta teoría a escalas en que las diferentes repuestas de los sujetos a un ítem indicaban diferentes localizaciones de los sujetos en la dimensión latente, como sucede en las escalas tipo Likert, o con determinados ítems de rendimiento.

La estrategia que permitió a Samejima la aplicación de este modelo a ítems politómicos consiste en dividir la variable de respuesta politómica en una serie de variables dicotómicas y en especificar una Función de Regresión para cada una de ellas, a partir de lo cual podía obtener la Curva Característica de las Categorías (CCC).

En concreto Samejima utilizó un procedimiento acumulativo de segmentación, al que algunos autores denominan “modelo indirecto de TRI” (Embretson y Reise, 2000), porque para calcular la probabilidad de que un sujeto responda a una categoría se requiere realizar dos pasos o etapas.

Primero, cada ítem con k categorías de respuesta debe ser dividido en k-1 dicotomías (k-1=m). De forma que se obtienen m particiones entre las opciones de respuesta. A partir de esto, se pueden calcular mediante el modelo normal ó logístico de dos parámetros m curvas que representan las funciones de regresión para cada una de las particiones.

El Modelo Normal de Respuesta graduada de Samejima: Donde la Probabilidad de elegir la alternativa k del ítem i de un sujeto con nivel de habilidad θ_j, se expresa formalmente como:

$$P_{ik}(\theta_j) = P^*_{ik}\ (\theta_j) - P^*_{ik+1}\ (\theta_j);\ \ P_{ik}(\theta_j) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta_j - b_{ik})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} \partial Z$$

Donde:
$P_{ik}(\theta_{j)}$ =Probabilidad de elegir la alternativa k del ítem i por un sujeto con nivel de habilidad $(\theta_{j)}$
$P^*_{ik+1}(\theta_{j)}$ =Probabilidad de elegir la alternativa k o superior del ítem i por un sujeto con nivel de habilidad $(\theta_{j)}$
a_i= parámetro de discriminación del ítem i (rango entre 0 y 4)
b_{ik}= parámetro de dificultad del ítem i (rango entre -4 y 4)
Z= $a_i(\theta_j$- $b_{ik})$

Restricciones: $b_{i1} < b_{i2} < \ldots . < b_{ik-1}$

El Modelo Logístico de Respuesta graduada de Samejima: Donde la Probabilidad de elegir la alternativa k del ítem i de un sujeto con nivel de habilidad θ_j, se expresa formalmente como:

$$P_{ik}(\theta_j) = P^*_{ik}\ (\theta_j) - P^*_{ik+1}\ (\theta_j);\ \ P^*_{ik}(\theta_j) = \frac{e^{D[a_{ik}(\theta_j - b_i)]}}{1 + e^{D[a_{ik}(\theta_j - b_i)]}}$$

Donde:
$P_{ik}(\theta_{j)}$ =Probabilidad de elegir la alternativa k del ítem i por un sujeto con nivel de habilidad $(\theta_{j)}$

$P^{*}_{ik+1}(\theta_{j})$ =Probabilidad de elegir la alternativa k o superior del ítem i por un sujeto con nivel de habilidad (θ_{j})
a_i= parámetro de discriminación del ítem i (rango entre 0 y 4)
b_{ik}= parámetro de dificultad del ítem i (rango entre -4 y 4)
D= Constante de escalmiento en métrica logística= 1.7
Restricciones: $b_{i1} < b_{i2} < \dots < b_{ik-1}$

El índice de discriminación "a" es el mismo para todas las categorías del ítem. Incrementos en "a" generan categorías más representativas de un rango concreto del factor latente. El parámetro "b" denominado aquí como "umbral" indica el nivel necesario del rasgo latente al que existe una probabilidad del 50% de que un sujeto alcance una categoría o las siguientes. Por lo que existirán m valores b, uno por cada partición.

Por ejemplo, en un ítem con 5 categorías se pueden realizar 4 particiones y se obtendrán 4 umbrales b y un solo parámetro a para todo el ítem.

El segundo paso pretende conseguir la probabilidad de respuesta de cada categoría. Ésta se calcula a partir de la diferencia entre la probabilidad que el sujeto alcance una categoría y la probabilidad de que alcance categorías superiores (como una combinación lineal de las diferencia entre las particiones):

$$P_{ik}(\theta_j) = P^{*}_{ik}(\theta_j) - P^{*}_{ik+1}(\theta_j)$$

A partir de estos datos se pueden representar las Curvas Características de las Categorías que muestran, dados los valores de theta, las probabilidades de elegir una determinada categoría. De forma que representados en un gráfico las distintas CCC podemos averiguar la probabilidad de responder a cada una de las categorías dado un valor fijo del rasgo latente. En las Funciones de Regresión sobre la dicotomía se refleja el parámetro "b" como el punto de inflexión de la función logística. En las CCC podemos distinguir las variaciones del parámetro a, pero no puede interpretarse la dificultad pues están obligadas, por el modo de segmentación, a estar ordenadas de modo creciente en el rasgo.

A modo de ejemplo, la Figura 2 reproduce las curvas entre categorías y las Figura 2A reproduce las curvas de las categorías para un ítem ordinal de respuesta graduada con valores de parámetros, obtenidos con el programa Multilog que se presentan en la Tabla 2.

<table>
<tr><td colspan="5">Ítem politómico de respuesta graduada con 5 categorias</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Parámetro de dificultad</td><td>b_1</td><td>b_2</td><td>b_3</td><td>b_4</td></tr>
<tr><td>-3</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Parámetro de discriminación</td><td colspan="4">c</td></tr>
<tr><td colspan="4">0.66</td></tr>
</table>

Tabla 2.- Parámetros de ítem politómico ordinal graduado.

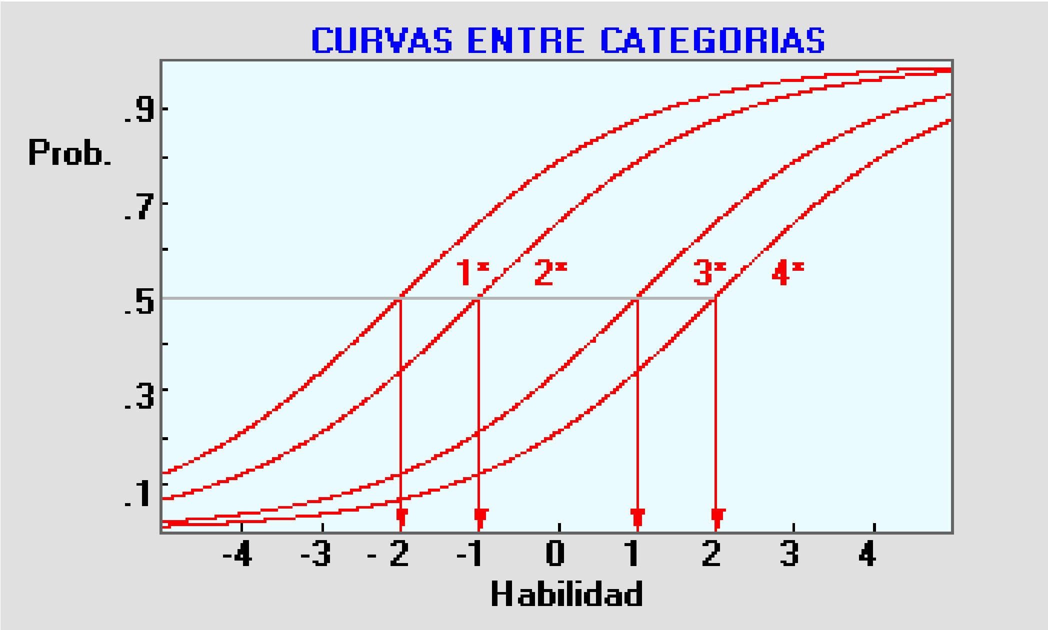


Figura 2.- Curvas entre las categorías para ítem politómicos ordinal graduado, obtenida con el programa ANATRI (Hontangas, 1997)

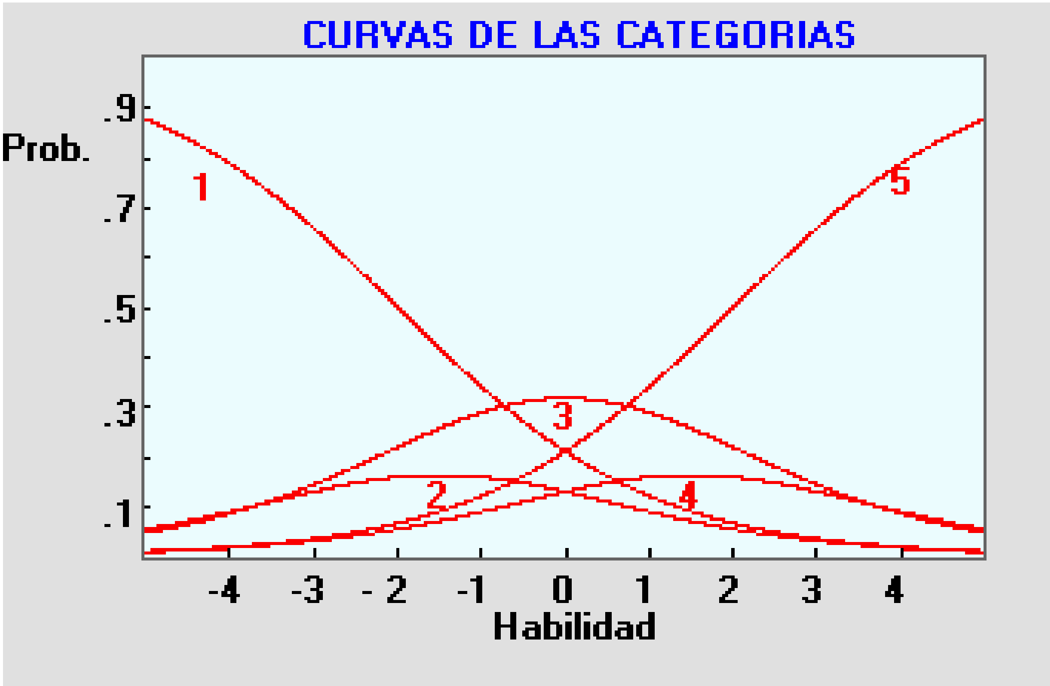


Figura 2.- Curvas de categorías para un ítem politómicos ordinal graduado, obtenida con el programa ANATRI (Hontangas, 1997)

Podemos observar como para el ítem se ha obtenido un único parámetro de discriminación y cuatro parámetros “b” de dificultad, y como estos guardan entre sí un orden ascendente, impuesto por el modelo.

Modelo de Respuesta Graduada Modificado (M-GRM) de Muraki (1990)

Muraki desarrolló una modificación del modelo GRM que facilita el uso de éste en el análisis de cuestionarios con el mismo formato de respuesta en todos los ítems. Por ejemplo, un cuestionario de actitudes donde todos los ítems tienen el mismo número de categorías de respuesta. Puede ser considerado como un caso particular del GRM. Su particularidad estriba en que asume que las diferentes categorías de respuesta del ítem se encuentran equidistantes. Es decir, el incremento de rasgo que se requiere para pasar de una categoría a la siguiente es constante a lo largo de todos los ítems. Por lo que es solo aplicable cuando todos los ítems tienen el mismo formato de respuesta.

Este modelo M-GRM se diferencia del GRM en el cálculo de las funciones de regresión de cada partición:

$$P_{ik}^{*}(\theta_j) = \frac{e^{[a_{ik}(\theta_j - b_i - c)]}}{1 + e^{[a_{ik}(\theta_j - b_i - c)]}}$$

Donde:
a_i= parámetro de discriminación del ítem i
El umbral entre las particiones se establece entre los parámetros b y c:
b_{ik}= parámetro de localización para cada ítem i (se calcula uno por ítem)
c= conjunto de parámetros del umbral para toda la escala, son los mismos para todos los ítems.

De modo que se asume que las diferentes categorías k de respuesta del ítem se encuentran a la misma distancia (Equidistancia) del rasgo latente en todos los ítems de la escala (c). De forma que lo que varía de un ítem a otro es el parámetro de localización (b), que le otorga una mayor o menor dificultad en el rasgo. Por ejemplo, ítems con un valor alto de b, se consideran más difíciles porque el conjunto de parámetros que separa a las categorías se desplazarán hacia la derecha en el gráfico de la variable latente medida, de forma que será esperable que pocos sujetos respondan a las opciones más altas del ítem, y viceversa, ante un valor bajo en b, el ítem se considera fácil y los sujetos eligen en mayor proporción opciones altas.

En conclusión, el modelo M-GRM es mas sencillo, al requerir un menor número de estimaciones de parámetros, pero solo se puede aplicar en el caso de que todos los ítems de la escala tengan el mismo formato de respuesta.

Un ejemplo Tabla 3, (Muraki, 1993) puede extraerse de la respuesta a una escala de neuroticismo con 12 ítems de 5 opciones de respuesta tipo likert, donde usando el programa PARSCALE se obtuvieron los siguientes parámetros para dos de los ítems:

Ítem politómico de respuesta graduada modificado con 5 categorias						
			2.26	0.43	-0.45	-2.25
Ítem	a	b	c1	c2	c3	c4
1	0.93	-0.96	-3.22	-1.39	-0.5	1.29
9	1.5	0.06	-2.2	-0.37	0.5	2.31

Tabla 3.- Parámetros de ítem politómico ordinal graduado modificado

En este caso observamos que se ha calculado un parámetro “a” y “b” por cada ítem, y los umbrales se derivan de la combinación del último con las distancias “c” establecidas por igual para todos los ítems.

4.2.2. Modelos Ordinales Continuos.

Modelo Secuencial (Tutz, 1990)

Este modelo tiene como objetivo eliminar la dependencia del parámetro de dificultad de cada CCC de la categoría anterior. De ahí que el método de división de las categorías de respuesta sea el de respuesta continua.

Ello implica que las CCC indicarán la probabilidad de alcanzar la categoría k+1 o siguientes condicionada al grupo de sujetos que alcanzan al menos la categoría k, dado un determinado nivel del rasgo.

Usa el Modelo logístico de 1 parámetro, por lo que solo se calculará el parámetro “b” para cada ítem.

Donde:

“b”: índice de localización de cada dicotomía entre opciones de respuesta.
Puede diferir la localización pero no la discriminación de los ítems que se fija en 1 para todos los ítems.
Permite alterar el orden de las categorías de respuesta a lo largo del continuo.

4.2.3. Modelos Ordinales Adyacentes.

La segmentación en categorías adyacentes de un ítem ordinal de k categorías resulta en k-1 dicotomías, y cada una de esas dicotomías son puntuadas con unos y ceros. Este tipo de segmentación implica en los modelos logísticos que se especificará una función de regresión para cada una de las particiones, pero estas no necesitan estar ordenadas, es decir, no necesitan estar en el mismo orden que las particiones.

Modelo de Crédito Parcial (Masters, 1982)

El Modelo de crédito parcial (MCP) fue originalmente desarrollado para analizar ítems de tests que requieren múltiples pasos para completar la solución, por lo que era posible dar respuestas parcialmente correctas. Pero es perfectamente apropiado para analizar escalas de actitudes o de personalidad donde los sujetos no tienen que responder de forma máxima.

A diferencia de el GRM y el M-GRM, anteriormente descritos, el MCP es denominado como modelo “directo” de la TRI. Esto significa que las probabilidades de responder acertadamente a una categoría puede ser calculada con una única función de probabilidad. El MCP puede ser considerado como una extensión del modelo de Rasch de un parámetro (1PL). De modo que, para un ítem de k categorías se pueden calcular k-1 parámetros que indiquen el punto de partición o paso de una categoría a otra. En este modelo, la probabilidad de superar la etapa k del ítem i, se expresa formalmente como:

$$P_{ik}(\theta_j) = \frac{e^{[\sum_{s=0}^{k}(\theta_j - b_{is})]}}{\sum_{k=0}^{m} e^{[\sum_{s=0}^{k}(\theta_j - b_{is})]}}$$

Donde:
b_{is}=Parámetro de dificultad de la etapa k del ítem. (rango entre -4 y +4)

El parámertro de dificultad "b" indica el punto sobre el rasgo donde es más probable que se proceda a pasar de una etapa de respuesta a otra, o lo que viene a ser más gráfico, indica la intersección de una CCC con otra consecutiva. Por lo que se calculará un parámetro por cada dicotomía en las que se divida el ítem politómico. En este modelo los parámetros "b" no tienen por que estar ordenados ascendentemente a lo largo del rasgo, sino que pueden alterar el orden natural de las categorías de respuesta. A esto se le conoce con el nombre de "inversión de los parámetros".

Al ser un modelo logístico de un parámetro, el índice de discriminación "a" se asume como igual a 1 para todos los ítems. En este modelo las CCC indican la probabilidad de alcanzar la categoría k condicionada al grupo de sujetos que alcanzan esa categoría o la categoría anterior, k-1, dada una localización en el rasgo. Y el efecto de la inversión de los parámetros "b" se observa en que puede suceder que existan categorías de respuesta que nunca posean una probabilidad de elección mayor que el resto.

Las Figuras 3 y 3A reproducen las curvas de las categorías para dos ítem politómicos de crédito parcial. Los datos están tomados de un ejemplo de (Muraki, 1993) obtenidos de una escala de neuroticismo con 12 ítems de 5 opciones de respuesta tipo likert, donde usando el programa PARSCALE se obtuvieron los siguientes parámetros para dos de los ítems (Tabla 4):

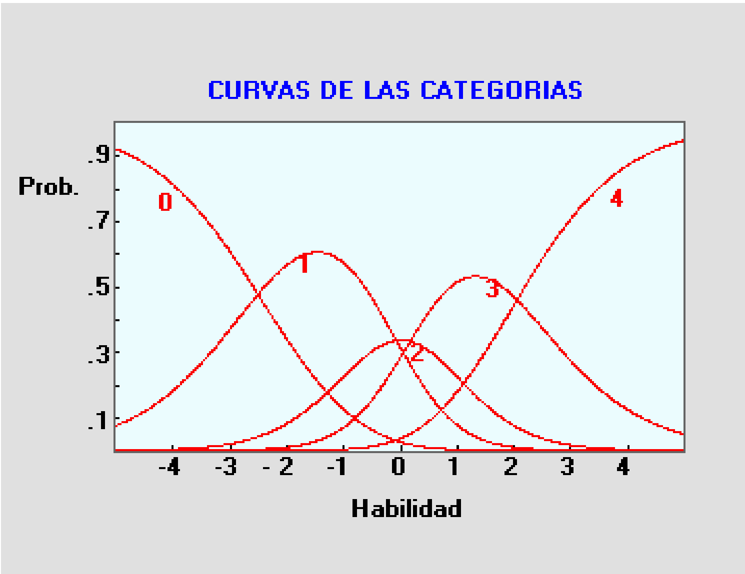


Figura 3.- Curvas de categorías del ítem 5 (politómicos de crédito parcial), obtenida con el programa ANATRI (Hontangas, 1997)

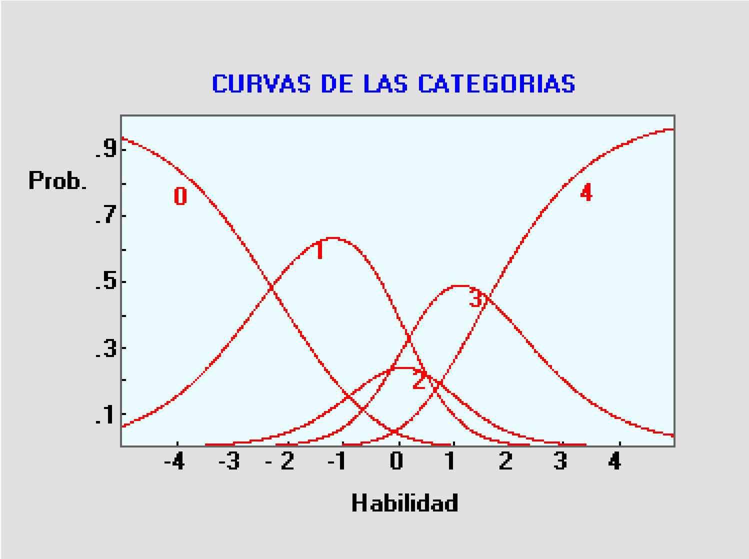


Figura 3A.- Curvas de categorías del ítem 9 (politómicos de crédito parcial), obtenida con el programa ANATRI (Hontangas, 1997)

Ítem politómico de respuesta de crédito parcial con 5 categorias				
Escala de Neuroticismo	b_1	b_2	b_3	b_4
Ítem 5	-2.51	-0,07	0.17	2.05
Ítem 9	-2.31	0.50	-0.14	1.63

Tabla 4.- Parámetros de ítem politómico de respuesta de crédito parcial.

Para este ejemplo, encontramos que en el ítem 9 se produce una inversión entre los parámetros b2 y b3 con respecto al orden de las categorías

Modelo de Crédito Parcial Generalizado (Muraki, 1992)

Es una extensión del MCP usando un modelo logístico de dos parámetros en vez del de un parámetro de Rash. El MCP-G añade al MCP la información adicional del índice de discriminación para cada ítem. Por lo que podemos obtener para cada ítem:

- Tantos Parámetros “b” como dicotomías en que se segmenta el ítem politómico: indican el umbral entre cada par de categorías sucesivas.
- Parámetro “a”: indice de discriminación. En realidad no puede ser entendido como un índice de discriminación al uso dado que es dependiente de la naturaleza politómica del ítem.

Al proceder del MCP, el MCP-G permite estudiar casos donde se produce inversión de parámetros “b”.

Un ejemplo lo encontramos de Muraki (1992), para la escala de neuroticismo con 12 ítems y 5 opciones, usando el PARSCALE (Tabla 5):

Ítem politómico de respuesta de crédito parcial generalizado con 5 categorias					
Escala de Neuroticismo	a	b_1	b_2	b_3	b_4
Ítem 5	0.64	-3.51	-0,04	0.18	2.8
Ítem 9	1.5	-2	0.21	0.1	1.63

Tabla 5.- Parámetros de ítem politómico de respuesta de crédito parcial generalizado.

En ambos ítems existe un parámetro “a” y cuatro umbrales “b”, uno por cada dicotomía. En el ítem 9 volvemos a encontrar la inversión del parámetro b2 y b3.

Modelo de Escala de Clasificación (Andersen,1997)

Puede ser considerado un caso particular del MCP dado que trata con ítems politómicos ordinales segmentados por un procedimiento adyacente, y básicamente usa el modelo logístico de un parámetro analizado en el MCP. Su particularidad estriba en que asume que las diferentes categorías de respuesta son equidistantes. Es decir, el incremento de rasgo que se requiere para pasar de una categoría a la siguiente es constante a lo largo de todas las categorías. En realidad se impone la equidistancia entre los parámetros “b”, de forma que estas distancias son las mismas para todos los ítems, y lo que les hace variar en el rasgo es un parámetro de localización que se calcula de forma única para cada ítem. Donde el parámetro B se compone de:

b representa la “dificultad” del ítem en cuestión. Se calcula uno por ítem
c son las distancias entre cada umbral, iguales para todos los ítems, asumiendo la equidistancia.

De modo que las curvas características de las categorías dependerán de la combinación de ambos subparámetros, donde B= b-c.

La Tabla 6, presenta un ejemplo (Sheridan, Andrich & Luo, 1996), para la escala de neuroticismo, usando el programa RUMM:

Ítem politómico de respuesta de escala de clasificación con 5 categorias					
Escala de Neuroticismo		-1.6	0.22	-0.18	1.56
Ítem	B	c1	c2	c3	c4
6	0.08				
9	0.15				

Tabla 6.- Parámetros de ítem politómico de respuesta de escala de clasificación.

Como vemos en el ejemplo, las distancias c2 y c3 indican una inversión de los parámetros que obviamente se puede analizar mediante este modelo. Esta característica de algunos ítems en la inversión de los umbrales entre las categorías desvela, en muchas ocasiones, la existencia de opciones de respuesta que no poseen una alta probabilidad de ser elegidas para los valores de la variable latente. Esto ha llevado a varios investigadores a estudiar, en el caso de ítems tipo likert con un número impar de opciones, si la opción intermedia es o no relevante (Rojas y Fernández, 2000; Hernández, Espejo, González y Gómez, 2001).

Hasta aquí, hemos hecho una descripción de los diversos modelos para ítems politómicos siguiendo la clasificación del cuadro 3 (Mellenbergh -1999- y Embretson & Reise, -2000-), especificando brevemente los principales aspectos que los caracterizan, clasificándolos en función del tipo de ítem analizado (politómico nominal u ordinal), así como por el tipo de segmentación que se realizan en los ítems politómicos ordinales (acumulativa, continua o adyacente) para la obtención de los parámetros específicos que se obtienen en cada uno de los modelo que hemos presentado.

Por último, a modo de resumen final, presentamos las siguientes conclusiones que se pueden derivar a partir de lo expuesto en este trabajo.

5. Conclusiónes.

A **grosso modo** y como resumen de este trabajo podríamos quedarnos con las siguientes conclusiones:

• Los modelos para ítems politómicos proceden a analizar éstos como si de varios ítems dicotómicos se tratarasen.

• El modo de segmentación depende del tipo de opciones de respuesta y de las restricciones que se impongan sobre estas.

• La elección de un modelo u otro no es arbitrario sino que depende de los objetivos y/o intereses del investigador y de la naturaleza o el “como conceptualizamos” los datos y variables que se manejan en las investigaciones concretas donde se aplican estos modelos de medición.

6.- Referencias.

Andersen, E. B. (1973) A *Goodness Of Fit Test For The Rasch Model* Psychometrika, Vol. 38, Pp. 123-140

Bock, R. D. (1972) *Estimating Item Parameters And Latent Ability When Responses Are Scored In Two Or More Nominal Categories* Psychometrika, Vol. 37, Pp. 29-51.

Bock, R. D. y Aitkin, M. (1981) *Marginal Maximum Likelihood Estimation Of Item Parameters: Application Of An Em Algorithm* Psychometrika, Vol. 46, Pp. 443-459.

Bock, R.D. y Lieberman, M. (1983) *Fitting A Response Model For N Dichotomously Scored Items* Psychometrika, Vol. 35, Pp. 179-197

Embretson, S. E. & Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologists*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hambleton, R. K. y Swaminathan, H. (1985) *Item Response Theory. Principles And Applications* Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston

Hambleton, R. K. y Cook, L. (1977) *Latent Trait Models And Their Use In The Analysis Of Educational Test Data* Joumal Of Educational Measurement, Vol. 14, Pp. 75-96.

Hernández, A.; Espejo, B.; Gonzalez, V. y Gómez J. (2001). Escalas de respuesta tipo likert: ¿es relevante la alternativa "indiferente"?. *Metodología de Encuestas, 3 (2), 135-150.*

Muñiz, J. (2001). *Teoría Clásica de los Tests.* Madrid: Pirámide.

Muñiz, J. (Ed.) (1996). *Psicometría.* Madrid: Universitas.

Muñiz, J. (1997). *Introducción a la Teoría de Respuesta a los Items.* Madrid: Pirámide.

Muñiz, J. y Hambleton, R. K. (1992). Medio siglo de teoría de respuesta a los ítems. *Anuario de Psicología, 52,* 41-66.

Muraki, **E.** (1990). Fitting a polytomous item response model to Likert-type data. *Applied Psychological Measurement, 14,* 59-71.

Muraki, E. (1992). A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm. *Applied Psychological Measurement, 16,* 159-177.

Rojas, A. y Fernández, J. (2000). Análisis de las alternativas de respuestas intermedias mediante el modelo de escalas de clasificación. *Metodología de Encuestas, 2 (2), 171-183.*

Samejima, F. (1974) *Normal Ogive Model On The Continuous Response Level In The Multidimensional Latent Space* Psychometrika, Vol. 39, Pp. 11 - 12.

Samejima, F. A. (1973a) A *Comment On Birnbaum's Three-Parameter Logistic Model In The Latent Trait Theory* Psychometrika, Vol. 38, Pp. 221-223.

Samejima, F. A. (1973b) *Homogeneous Case Of The Continuous Response Model* Psychometrika, Vol. 38, Pp. 203-219.

Samejima, F. A. (1977a) A *Use Of The Information Function In Tailored Testing* Applied Psychological Measurement, Vol. 1, PP. 233-247.

Samejima, F. A. (1977b) A *Method Of Estimating Item Characteristic Functions Using The Maximum Likelihood Estimate Of Ability* Psychometrika, Vol. 42, Pp. 163-191.

Samejima, F. A. (1973) *Homogeneous Case of The Continuous Response Model* Psychometrika, Vol. 38, Pp. 203-219.

Samejima,F. A. (1974) *Norrnal Ogive Model On The Continuous Response Level In The Multidimensional Latent Space* Psychometrika, Vol. 39, Pp. 11 - 121

Thissen, D. y Steinberg, L. (1984) A *Response Model For Multiple Choice Items* Psychometrika, Vol. 49, Pp. 501-519